



Transferência de calor por convecção

Convecção livre

Prof. Alexei Essiptchouk

**Dep. Engenharia Ambiental
Instituto de Ciência e Tecnologia
Universidade Estadual Paulista
“Júlio de Mesquita Filho”**

Considerações físicas

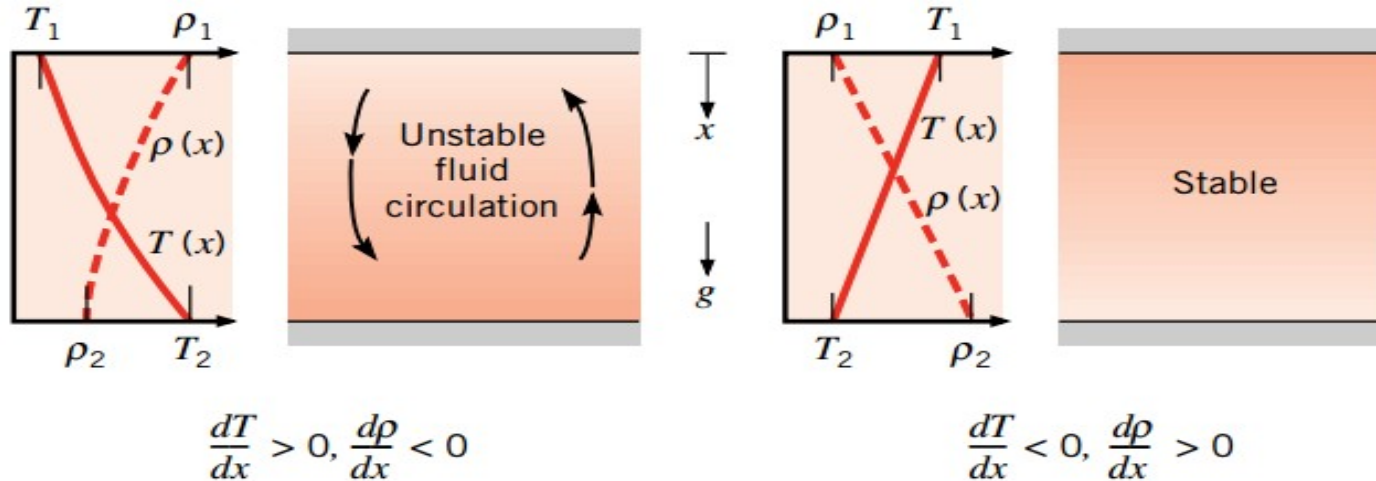
- Não há velocidade *forçada*
- Movimento do fluido devido às *forças de empuxo* no seu interior
- O empuxo é devido a presença combinada de:
 - um gradiente de densidade de fluxo (devido a gradiente de temperatura)
 - de uma força de corpo (normalmente gravitacional) que é proporcional à densidade

Importância da convecção livre

- Influencia as temperaturas de funcionamento em dispositivos de geração de potência e eletrônicos
- Importante no processamento térmico
- Relevante no estabelecimento de distribuições da temperaturas no interior de edificações; determinação das perdas de calor ou aquecimento; ventilação; ar condicionado
- Distribui os produtos perigosos da combustão durante incêndios
- Relevante no meio ambiente: movimentos dos oceanos e atmosfera com transferência de massa e calor

Considerações físicas

Presença de um gradiente em um campo gravitacional não assegura a existência de convecção livre



Gradiente de temperatura *instável*

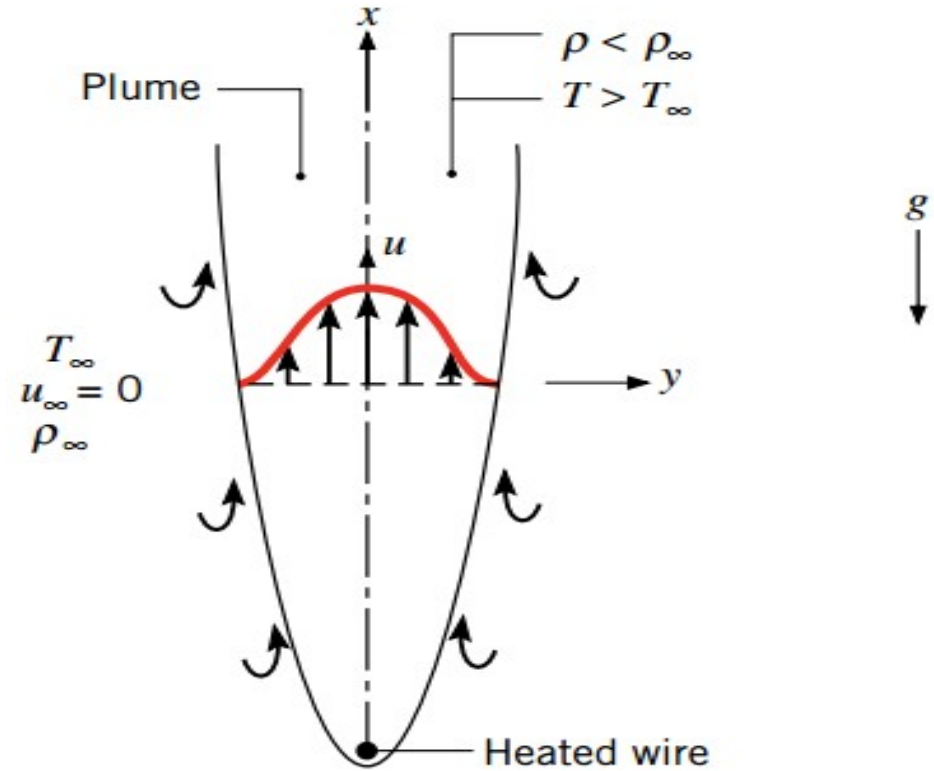
Gradiente de temperatura *estável*

Classificação de escoamentos de **convecção natural**

- Escoamento de fronteiras livres
 - Pluma
 - Jato livre
- Escoamentos limitados por uma superfície

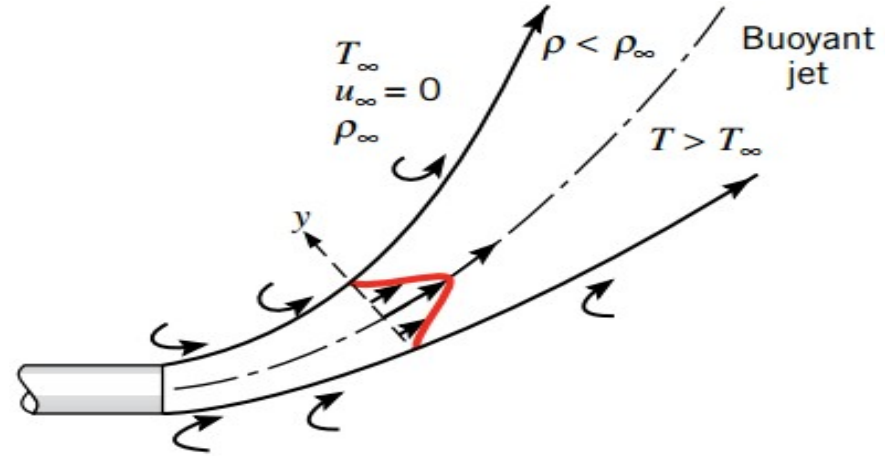
Pluma

- Pluma – ascensão de um fluido originada em um objeto aquecido
- Exemplo: Fio aquecido está imerso em um fluido extenso (infinito) e quiescente (está em repouso)
- As forças de empuxo arrastam o fluido
- A largura da pluma aumenta-se com a distância
- Tende se dissipar devido aos efeitos viscosos e redução da força de empuxo

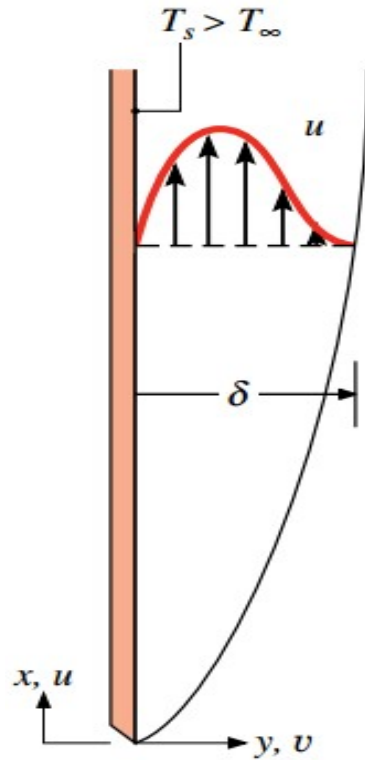


Jato livre

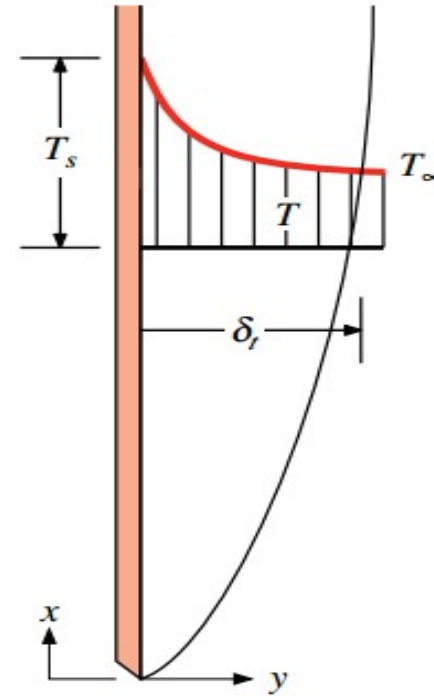
- Jato livre – possui a velocidade inicial $u > 0$
- Exemplo: Fluido aquecido descarregado horizontalmente no interior de meio quiescente, $T > T_\infty$
- As forças de empuxo arrastam o fluido no direção vertical
- A largura do jato livre aumenta-se com a distância
- Tende se dissipar devido aos efeitos viscosos e redução da força de empuxo



Placa vertical aquecida



Quiescent fluid
 T_∞, ρ_∞
 $\downarrow g$



Quiescent fluid
 T_∞, ρ_∞
 $\downarrow g$

Camada limite da velocidade

Camada-limite térmica

As equações da camada limite laminar

Suposições

- As forças inerciais e viscosas são importantes
- Transferência de energia é pelo advecção e difusão
- Escoamento laminar
- Empuxo – força motriz
- Bidimensional
- Regime estacionário
- Propriedades constantes
- Força de gravidade é vertical – no sentido oposto da direção x .
- Fluido incompressível (variação de ρ somente na força de empuxo)

As equações da camada limite laminar

Equação do momento

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{dp_{\infty}}{dx} + \nu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$$

$$\frac{dp_{\infty}}{dx} = -\rho_{\infty} g$$

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{\Delta \rho}{\rho} g + \nu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \quad \Delta \rho = \rho_{\infty} - \rho$$



Força de empuxo por unidade de massa. O escoamento é gerado em função da ρ ser variável.

As equações da camada limite laminar

O coeficiente de expansão volumétrica térmica é uma variação de massa específica em função da variação da temperatura com $p = \text{const}$

$$\beta = -\frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \rho}{\partial T} \right)_p$$

$$\beta = -\frac{1}{\rho} \frac{\Delta \rho}{\Delta T} = -\frac{1}{\rho} \frac{\rho_\infty - \rho}{T_\infty - T}$$

$$\rho_\infty - \rho \approx \rho \beta (T - T_\infty)$$

Aproximação de Boussinesq

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = g \beta (T - T_\infty) + \nu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$$

As equações da camada limite laminar

Eq de continuidade

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = 0$$

Eq de momento

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = g \beta (T - T_{\infty}) + \nu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$$

Eq de energia

$$u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = \alpha \frac{\partial^2 T}{\partial y^2}$$

Equações fortemente acoplados e devem ser resolvidas simultaneamente

Coeficiente de expansão volumétrica

Para um gás ideal

$$\rho = \frac{p}{RT}$$

$$\beta = -\frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \rho}{\partial T} \right)_p = \frac{1}{\rho} \frac{p}{RT^2} = \frac{1}{T}$$

Para os líquidos e gases não ideais β deve ser obtido em tabelas apropriadas

Considerações da similaridade

Parâmetros para adimensionamento da equações

$$x^* \equiv \frac{x}{L} \quad y^* \equiv \frac{y}{L}$$

$$u^* \equiv \frac{u}{u_0} \quad v^* \equiv \frac{v}{u_0} \quad T^* \equiv \frac{T - T_\infty}{T_s - T_\infty}$$

L é um comprimento característico

u_0 – velocidade de referência (será definido)

$$u^* \frac{\partial u^*}{\partial x^*} + v^* \frac{\partial u^*}{\partial y^*} = \frac{g\beta(T_s - T_\infty)L}{u_0^2} T^* + \frac{1}{\text{Re}_L} \frac{\partial^2 u^*}{\partial y^{*2}}$$

$$u^* \frac{\partial T^*}{\partial x^*} + v^* \frac{\partial T^*}{\partial y^*} = \frac{1}{\text{Re}_L \text{Pr}} \frac{\partial^2 T^*}{\partial y^{*2}}$$

Considerações da similaridade

É conveniente escolher a velocidade de referência que tornara o termo unitário que é multiplicado pelo T

$$u^* \frac{\partial u^*}{\partial x^*} + v^* \frac{\partial u^*}{\partial y^*} = \frac{g\beta(T_s - T_\infty)L}{u_0^2} T^* + \frac{1}{\text{Re}_L} \frac{\partial^2 u^*}{\partial y^{*2}} \quad u_0^2 = g\beta(T_s - T_\infty)L$$

Com isso o número de Reynolds

$$\text{Re}_L = \sqrt{\frac{g\beta(T_s - T_\infty)L^3}{\nu^2}}$$

O número de Grashof é um quadrado do número de Reynolds

$$\text{Gr}_L = \frac{g\beta(T_s - T_\infty)L^3}{\nu^2}$$

É uma medida da razão entre a força de empuxo e as forças viscosas

Considerações da similaridade

Esperamos que as correlações de transferência de calor para convecção natural sejam das seguintes formas:

$$\text{Convecção natural} \quad \frac{Gr_L}{Re_L^2} \gg 1 \quad \overline{Nu}_L = f(Gr_L, Pr)$$

$$\text{Convecção mista} \quad \frac{Gr_L}{Re_L^2} \approx 1 \quad \overline{Nu}_L = f(Re_L, Gr_L, Pr)$$

$$\text{Convecção forçada} \quad \frac{Gr_L}{Re_L^2} \ll 1 \quad \overline{Nu}_L = f(Re_L, Pr)$$

Cálculo teórico da camada limite

Caso: placa vertical isotérmica em um meio quiescente infinito

O número de Nusselt local

$$Nu_x = \frac{hx}{k} = - \left(\frac{Gr_x}{4} \right)^{1/4} \left. \frac{dT^*}{d\eta} \right|_{\eta=0} = \left(\frac{Gr_x}{4} \right)^{1/4} g(Pr)$$

A dependência $g(Pr)$ foi determinada numericamente

$$g(Pr) = \frac{0.75 Pr^{1/2}}{(0.609 + 1.221 Pr^{1/2} + 1.238 Pr)^{1/4}}$$

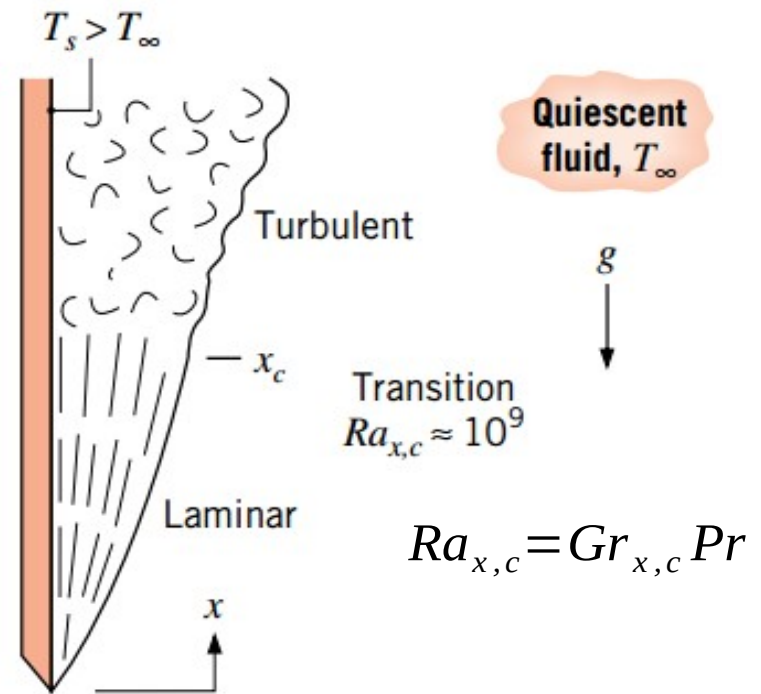
O número de Nusselt médio

$$\overline{Nu}_L = \frac{\bar{h} L}{k} = \frac{4}{3} \left(\frac{Gr_L}{4} \right)^{1/4} g(Pr)$$

$$\overline{Nu}_L = \frac{4}{3} Nu_L$$

Efeitos da turbulência

- As camadas-limite de convecção natural não estão restritas ao escoamento laminar
- Instabilidade fluidodinâmicas podem aparecer
- Perturbações se amplificam, provocando a turbulência
- A transição depende no número de Rayleigh: relação entre as forças de empuxo e as forças viscosas no fluido



Efeitos da turbulência

Número de Rayleigh

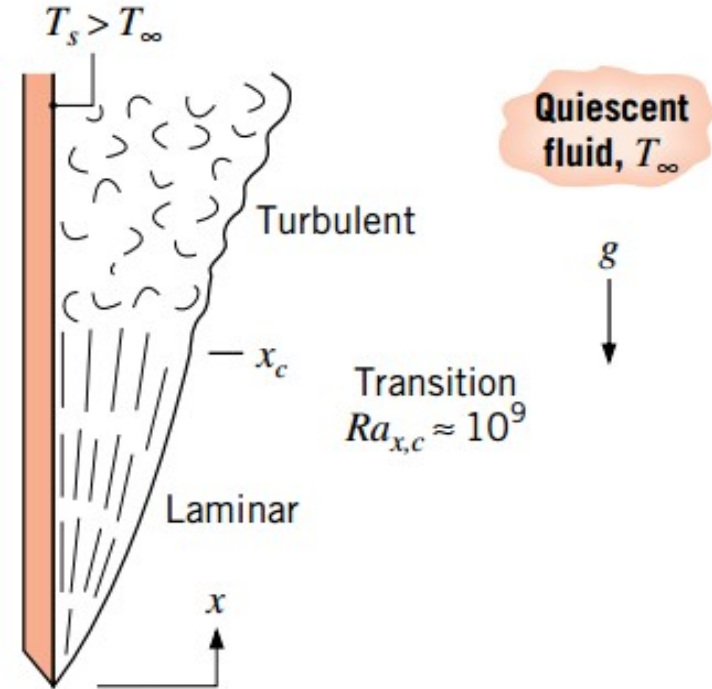
$$Ra_{x,c} = Gr_{x,c} Pr = \frac{g \beta (T_s - T_\infty) x^3}{\nu \alpha}$$

Gr – número de Grashof;

α - difusividade térmica;

β - coeficiente de expansão volumétrica térmica

$$\beta = -\frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \rho}{\partial T} \right)_p$$



Correlações empíricas: placa vertical

Caso: placa **isotérmica**

$$\overline{Nu}_L = C Ra_L^n \qquad Ra_L = Gr_L Pr = \frac{g \beta (T_s - T_\infty) L^3}{\nu \alpha}$$

$$10^4 \leq Ra_L \leq 10^9: C = 0.59, n = 1/4$$

$$10^9 \leq Ra_L \leq 10^{13}: C = 0.10, n = 1/3$$

Correlação de Churchill-Chu

$$\overline{Nu}_L = \left\{ 0.825 + \frac{0.387 Ra_L^{1/4}}{\left[1 + \left(\frac{0.492}{Pr} \right)^{9/16} \right]^{4/9}} \right\}^2$$

$$10^9 \leq Ra_L \leq 10^{13}$$

$$\overline{Nu}_L = 0.68 + \frac{0.67 Ra_L^{1/4}}{\left[1 + \left(\frac{0.492}{Pr} \right)^{9/16} \right]^{4/9}}$$

$$Ra_L \leq 10^9$$

Regime laminar

Correlações empíricas: placa vertical

Caso: **fluxo térmico constante**

Os resultados obtidos em placas isotérmicas podem ser aplicadas para casos de fluxo térmico constante definindo Nu e Ra em termos da diferença de temperaturas ***no ponto médio da placa***

$$\Delta T_{L/2} = T_s(L/2) - T_\infty$$

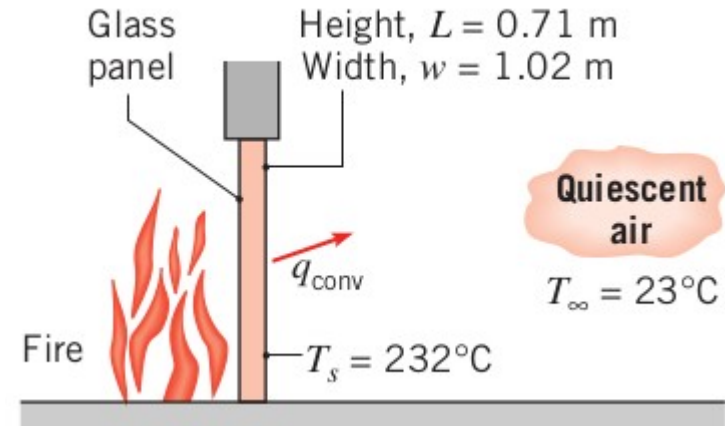
Assim usando

$$h = \frac{q''}{\Delta T_{L/2}}$$

e aplicando a técnica de tentativa e erro para uma das correlações de Churchill-Chu determina-se o valor de temperatura $\Delta T_{L/2}$

Problema

Um anteparo de vidro, usado em frente a uma lareira para reduzir o arraste do ar ambiente através da chaminé, possui uma altura de 0,71 m e uma largura de 1,02 m, e atinge uma temperatura de 232°C. Se a temperatura ambiente da sala é de 23°C, estime a taxa de transferência de calor por convecção da lareira para a sala.



$$T_m = 0.5 (T_s + T_\infty) = 0.5 (232 + 23) + 273 = 400\text{K}$$

T (K)	ρ (kg/m ³)	c_p (kJ/kg · K)	$\mu \cdot 10^7$ (N · s/m ²)	$\nu \cdot 10^6$ (m ² /s)	$k \cdot 10^3$ (W/m · K)	$\alpha \cdot 10^6$ (m ² /s)	Pr
Air, $\mathcal{M} = 28.97 \text{ kg/kmol}$							
100	3.5562	1.032	71.1	2.00	9.34	2.54	0.786
150	2.3364	1.012	103.4	4.426	13.8	5.84	0.758
200	1.7458	1.007	132.5	7.590	18.1	10.3	0.737
250	1.3947	1.006	159.6	11.44	22.3	15.9	0.720
300	1.1614	1.007	184.6	15.89	26.3	22.5	0.707
350	0.9950	1.009	208.2	20.92	30.0	29.9	0.700
400	0.8711	1.014	230.1	26.41	33.8	38.3	0.690
450	0.7740	1.021	250.7	32.39	37.3	47.2	0.686
500	0.6964	1.030	270.1	38.79	40.7	56.7	0.684
550	0.6329	1.040	288.4	45.57	43.9	66.7	0.683

$$k = 33.8 \times 10^{-3} \text{ W/m K}, \nu = 26.4 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}, \alpha = 38.3 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}, Pr = 0.690, \beta = (1/T_f) = 0.0025 \text{ K}^{-1}.$$

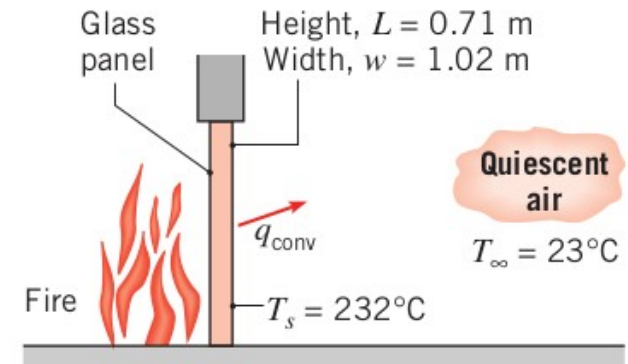
$$q = \bar{h} A_s (T_s - T_\infty)$$

$$Ra_L = Gr_L Pr = \frac{g \beta (T_s - T_\infty) L^3}{\nu \alpha} = \frac{9.8 \times 0.0025 \times (232 - 23) \times 0.71^3}{38.3 \times 10^{-6} \times 26.4 \times 10^{-6}} = 1.813 \times 10^9$$

$$\overline{Nu}_L = \left\{ 0.825 + \frac{0.387 Ra_L^{1/6}}{\left[1 + \left(\frac{0.492}{Pr} \right)^{9/16} \right]^{8/27}} \right\}^2 = \left\{ 0.825 + \frac{0.387 \times (1.813 \times 10^9)^{1/6}}{\left[1 + \left(\frac{0.492}{0.690} \right)^{9/16} \right]^{8/27}} \right\}^2 = 147$$

$$h = \frac{\overline{Nu}_L k}{L} = \frac{147 \times 33.8 \times 10^{-3}}{0.71} = 7.0 \text{ W/m}^2 \text{ K}$$

$$q = \bar{h} A_s (T_s - T_\infty) = 7 \times (1.02 \times 0.71) \times (232 - 23) = 1060 \text{ W}$$



Efeitos de radiação

$\varepsilon = 1$ para superfície de vidro e $T_{amb} = 23\text{ }^{\circ}\text{C}$

$$q_{rad} = \varepsilon A_s \sigma (T_s^4 - T_{amb}^4)$$

$$q_{rad} = 1 \times (1.02 \times 0.71) \times 5.67 \times 10^{-8} (505^4 - 296^4)$$

$$q_{rad} = 2355\text{ W}$$

$$q_{conv} = 1060\text{ W}$$

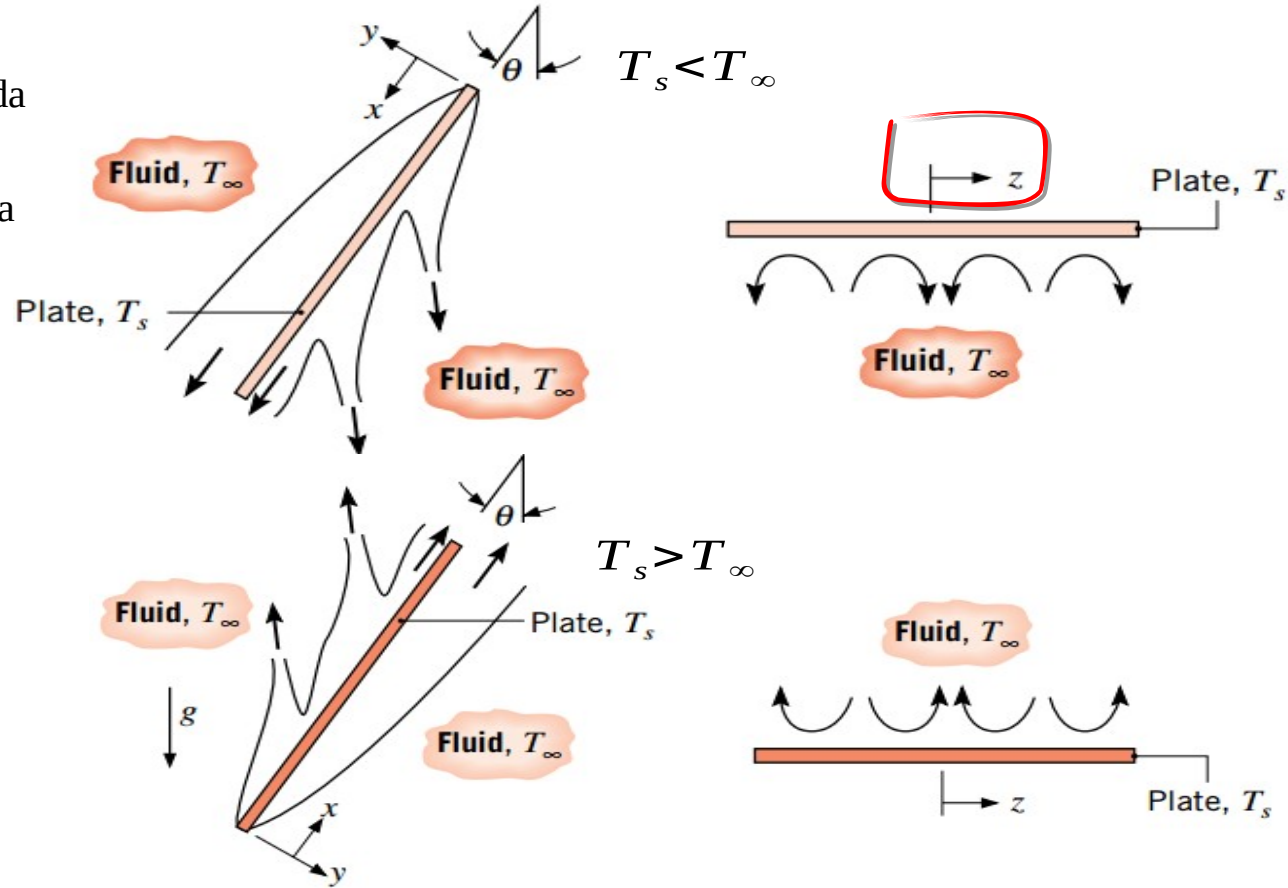
A transferência de calor por radiação é superior à taxa de transferência de calor por convecção natural por um fator maior do que 2

Placa inclinada

- A força de empuxo possui componente normal tanto quanto paralelo à superfície da placa
- Diminuição do componente paralelo da força de empuxo diminui a velocidade do fluido tanto quanto a taxa de transferência de calor
- Os padrões de escoamento e a taxa de transferência de calor dependem da T_s :

$$T_s > T_\infty \text{ ou } T_s < T_\infty$$

- O deslocamento do fluido mais lento leva a diminuição da espessura de CL reduzindo a transferência de calor
- Desenvolvimento de CL pode ser interrompido pelo descarregamento de porções de fluido
- Para θ de 0° a 60° utilizam a Correlação de Churchill-Chu substituindo g por $g \cos \theta$



Correlações para placa horizontal

- Nas correlações usam o comprimento característico, L ;

$$L \equiv \frac{A_s}{P}$$

- Superfície quente (frio) voltado para baixo (cima)

$$\overline{Nu}_L = 0,52 Ra_L^{1/5}$$

$$10^4 \leq Ra_L \leq 10^9$$

- Superfície quente (frio) voltado para cima (baixo)

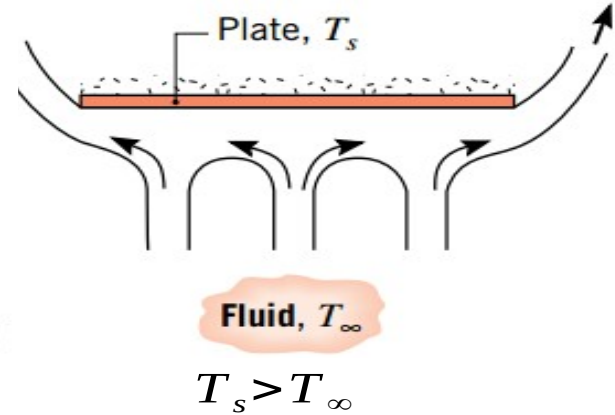
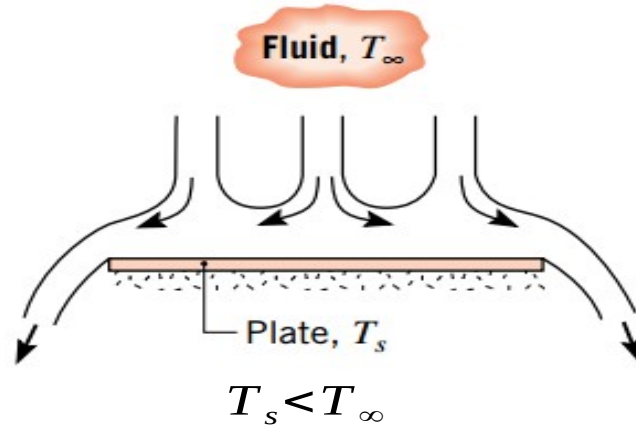
$$\overline{Nu}_L = 0,54 Ra_L^{1/4}$$

$$10^4 \leq Ra_L \leq 10^7$$

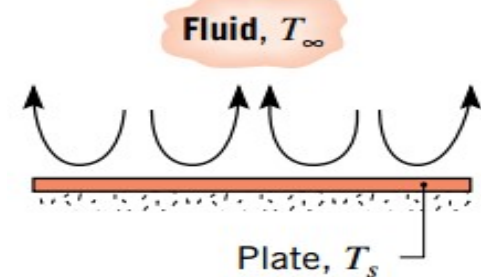
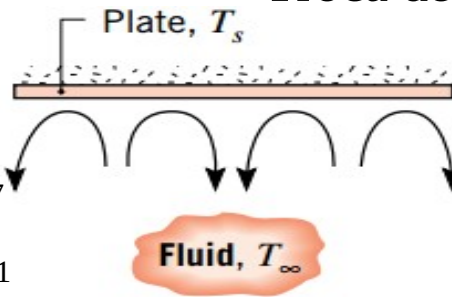
$$\overline{Nu}_L = 0,15 Ra_L^{1/3}$$

$$10^7 \leq Ra_L \leq 10^{11}$$

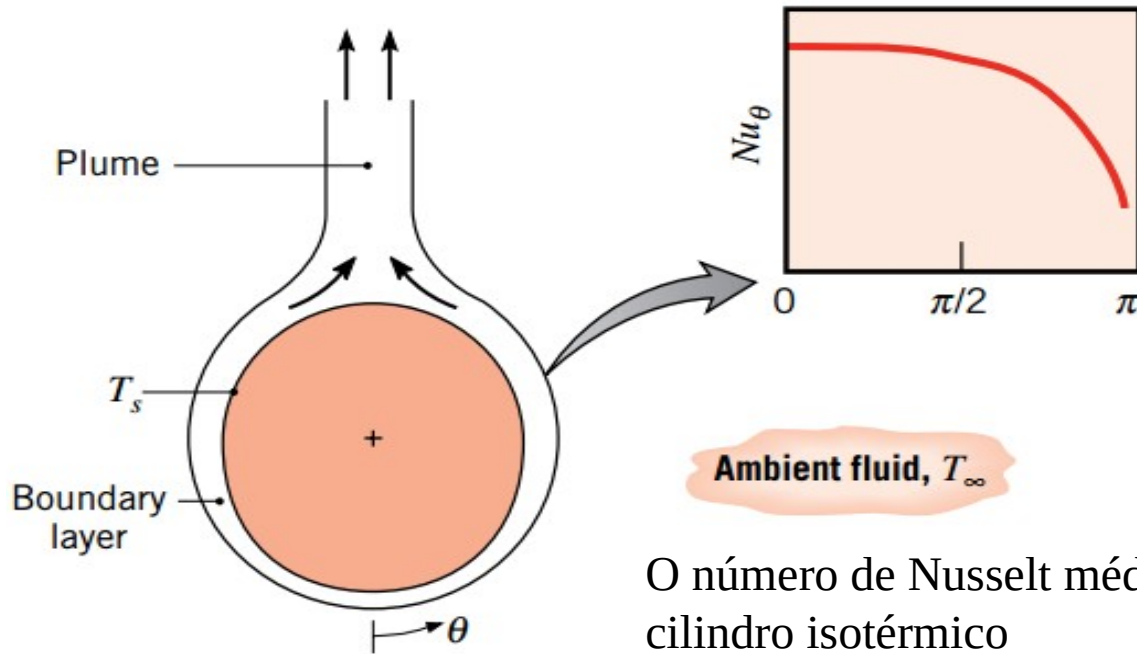
Não efetiva a troca de calor



Troca de calor mais efetiva



Cilindro horizontal longo



$$\overline{Nu}_D = \left\{ 0.6 + \frac{0.387 Ra_L^{1/6}}{\left[1 + \left(\frac{0.559}{Pr} \right)^{9/16} \right]^{8/27}} \right\}^2$$

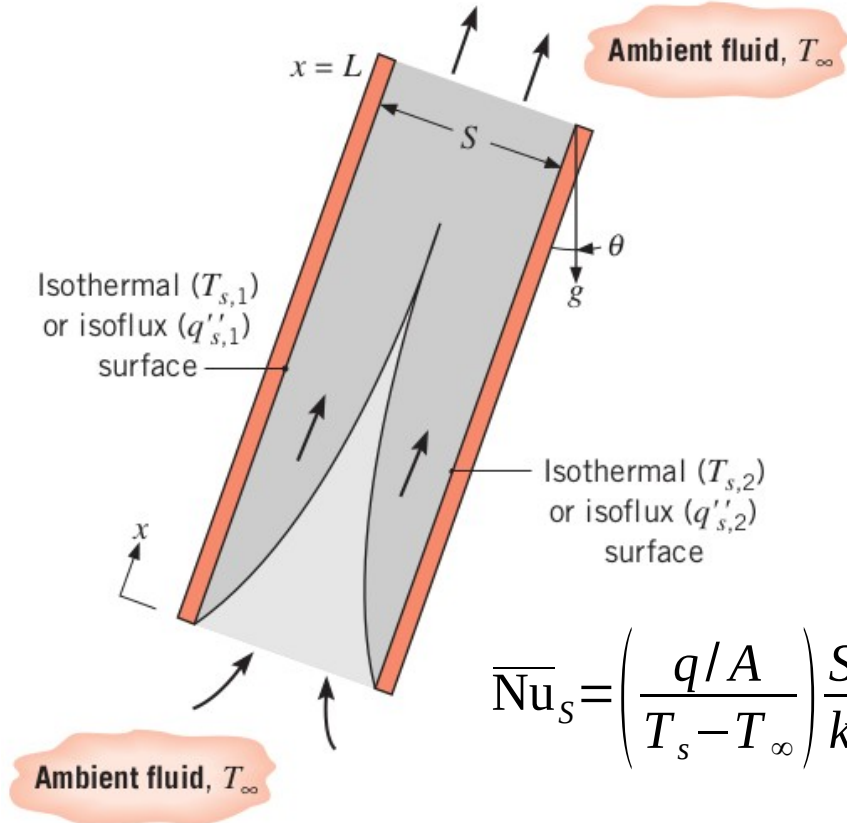
$$Ra_D \leq 10^{12}$$

O número de Nusselt médio ao longo de toda a circunferência de um cilindro isotérmico

Em torno do cilindro se desenvolve uma CL com formação de uma pluma ascendente (ou descendente para $T_s < T_\infty$) a partir do cilindro

Número Nu diminui com θ até $Ra > 10^9$ quando se inicia a transição para regime turbulento no interior da CL

Convecção no interior de canais



$$\overline{Nu}_S = \left(\frac{q/A}{T_s - T_\infty} \right) \frac{S}{k}$$

$$Ra_S = \frac{g\beta(T_s - T_\infty)S^3}{\nu\alpha}$$

Canais verticais $\theta = 0$ e isotérmicas.

O empuxo atua exclusivamente para induzir o movimento na direção da corrente

Para canal curto (L/S pequeno) – CLs se desenvolvem independentemente e podem ser tratadas como únicas placas em um meio quiescente infinito

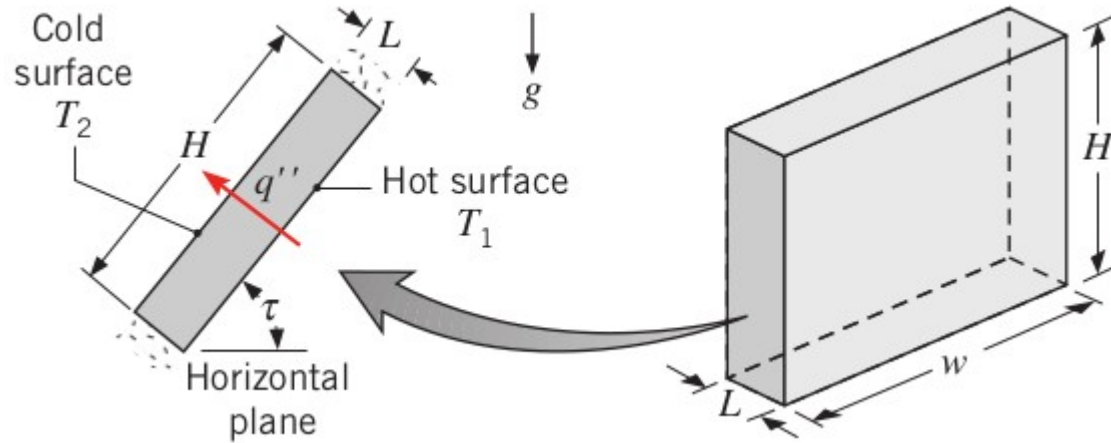
Para L/S grande – CLs se fundem

$$\overline{Nu}_S = \frac{1}{24} Ra_S \frac{S}{L} \left\{ 1 - \exp \left[- \frac{35}{Ra_S \frac{S}{L}} \right] \right\}^{3/4}$$

$$10^{-1} \leq \frac{S}{L} Ra_S \leq 10^5$$

Correlações empíricas: espaços confinados

Transferência de calor entre a superfícies de diferentes temperaturas e separadas por um fluido *confinado*.



$\tau = 0$ – cavidade horizontal

$\tau = 90$ – cavidade vertical

O fluxo térmico depende da razão H/L e ângulo τ .

Correlações empíricas: espaços confinados

Cavidade horizontal $\tau = 0$ aquecida pela superfície inferior

Caso $Ra_{L,c} \leq 1708$. Não há advecção. Transferência pela condução do gás ou condução e radiação

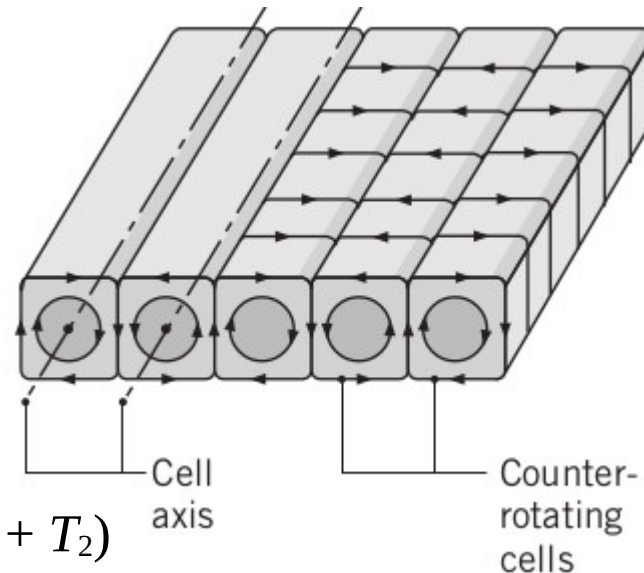
Caso $1708 < Ra_{L,c} \leq 5 \times 10^4$. O movimento do fluido se dá em células de circulação com espaçamento regular

Caso $3 \times 10^5 < Ra_{L,c} \leq 7 \times 10^9$. As células se quebram e movimento ocorre em padrões diferentes.

Como primeira aproximação

$$\overline{Nu}_L = \frac{\bar{h} L}{k} = 0.069 Ra_L^{1/3} Pr^{0.074}$$

As propriedades são avaliadas para $T = 0.5 (T_1 + T_2)$

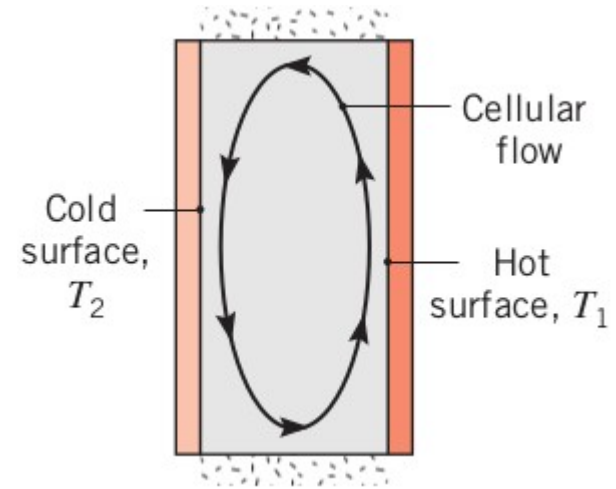


Correlações empíricas: espaços confinados

Cavidade vertical $\tau = 90^\circ$. paredes verticais aquecidas (resfriadas) enquanto horizontais são adiabáticas.

Se forma escoamento circular ou celular e fluido ascende ao longo do lado quente e desce ao longo do lado frio

Caso $Ra_L \leq 10^3$. Não há advecção. Transferência pela condução do gás ou condução e radiação



Correlações empíricas: espaços confinados

As propriedades são avaliadas para $T = 0.5 (T_1 + T_2)$

Caso $1 \leq H/L \leq 10$

$$\overline{Nu}_L = 0.22 \left(\frac{Pr}{0.2 + Pr} Ra_L \right)^{0.28} \left(\frac{H}{L} \right)^{-1/4}$$

$$\left[\begin{array}{l} 2 \leq \frac{H}{L} \leq 10 \\ Pr \leq 10^5 \\ 10^3 \leq Ra_L \leq 10^{10} \end{array} \right]$$

$$\overline{Nu}_L = 0.18 \left(\frac{Pr}{0.2 + Pr} Ra_L \right)^{0.29}$$

$$\left[\begin{array}{l} 1 \leq \frac{H}{L} \leq 2 \\ 10^{-3} \leq Pr \leq 10^5 \\ 10^3 \leq \frac{Ra_L Pr}{0.2 + Pr} \end{array} \right]$$

Correlações empíricas: espaços confinados

As propriedades são avaliadas para $T = 0.5 (T_1 + T_2)$

Para razões H/L maiores

$$\overline{Nu}_L = 0.42 Ra_L^{1/4} Pr^{0.012} \left(\frac{H}{L} \right)^{-0.3}$$

$$\left[\begin{array}{l} 10 \leq \frac{H}{L} \leq 40 \\ 1 \leq Pr \leq 2 \times 10^4 \\ 10^4 \leq Ra_L \leq 10^7 \end{array} \right]$$

$$\overline{Nu}_L = 0.046 Ra_L^{1/3}$$

$$\left[\begin{array}{l} 1 \leq \frac{H}{L} \leq 40 \\ 1 \leq Pr \leq 20 \\ 10^6 \leq Ra_L \leq 10^9 \end{array} \right]$$

Convecção natural e forçada combinadas

Existem situações quando os efeitos das convecções natural e forçada são compatíveis. Ocorre convecção mista

$$(Gr_L/Re_L^2) \approx 1$$

O efeito do empuxo na transferência de calor é fortemente influenciado pelo sentido da força de empuxo em relação ao do escoamento

- Escoamento paralelo
- Escoamento oposto
- Escoamento transversal

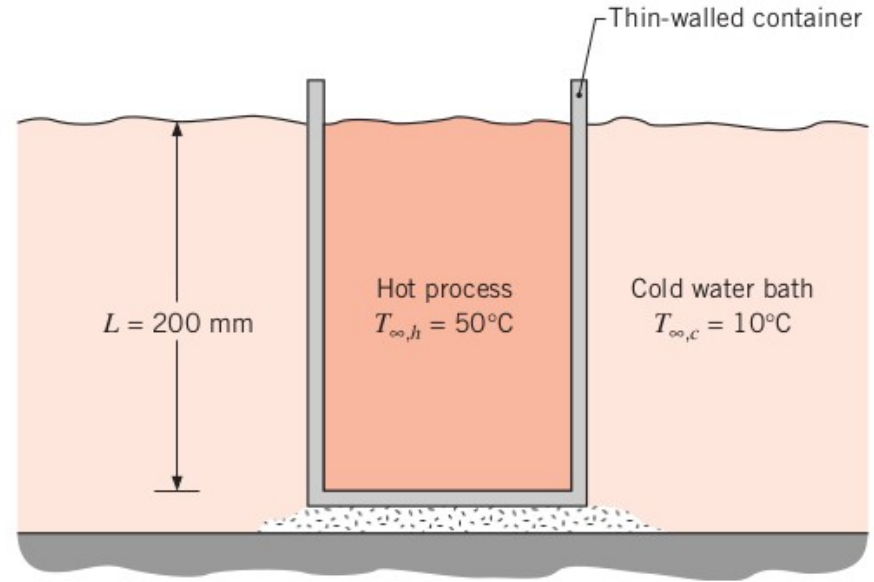
$$Nu^n = Nu_F^n \pm Nu_N^n$$

Melhor correlação com $n = 3$, embora valores 3.5 e 4 possam ser mais adequadas para escoamentos transversais envolvendo placas horizontais e cilindros (e esferas), respectivamente.

Exemplo 1

Um recipiente com paredes delgadas contendo um fluido de processo quente a $50\text{ }^{\circ}\text{C}$ recebe um banho de água fria quiescente a $10\text{ }^{\circ}\text{C}$. A transferência de calor nas superfícies interna e externa do recipiente pode ser aproximada pela convecção natural em placas verticais.

- Determine o coeficiente global de transferência de calor, U , entre o fluido de processo quente e o banho de água fria. Admita que as propriedades do fluido de processo quente sejam iguais às da água nas mesmas condições.



Coeficiente global de transferência de calor

$$U = \frac{1}{RA} = \left(\frac{1}{h_q} + \frac{1}{h_f} \right)^{-1}$$

Assumindo o valor da temperatura da parede como $T_s = 0.5 (T_q + T_f)$

Então a temperatura média:

- fluido quente $T_{mq} = 0.5 (T_s + T_q)$

- fluido frio $T_{mf} = 0.5 (T_s + T_f)$

Nessas temperaturas determinamos os parâmetros termodinâmicos dos fluidos necessários para calcular os coeficientes de transferência de calor

$$\overline{Nu}_L = \left\{ 0.825 + \frac{0.387 Ra_L^{1/6}}{\left[1 + \left(\frac{0.492}{Pr} \right)^{9/16} \right]^{8/27}} \right\}^2$$

$$Ra_L = \frac{g \beta (T_s - T_\infty) L^3}{\nu \alpha}$$

$$h = \frac{\overline{Nu}_L k}{L}$$

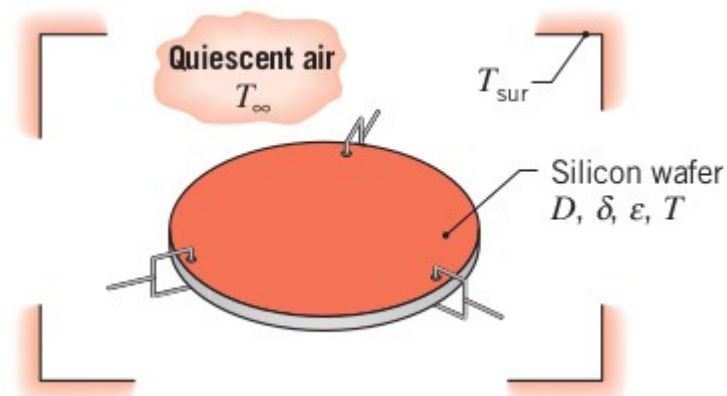
Correção da temperatura da parede

$$h_q (T_q - T_s) = h_f (T_s - T_f)$$

Exemplo 2

No final de seu processo de fabricação, uma pastilha de silício de diâmetro $D = 150$ mm, espessura $\delta = 1$ mm e emissividade $\varepsilon = 0,65$ está a uma temperatura inicial de $T_i = 325$ °C e é deixada resfriar exposta ao ar ambiente quiescente e a uma grande vizinhança, com $T_\infty = T_{\text{viz}} = 25$ °C.

- a) Qual é a taxa de resfriamento inicial?
- (b) Quanto tempo é necessário para a pastilha atingir uma temperatura de 50 °C? Comente como os efeitos relativos da convecção e da radiação variam com o tempo durante o processo de resfriamento



- a) Taxa de Resfriamento
- b) Solução Tempo