

Disciplina:	Geometria Analítica (GA)
Professor:	Jorge Formiga
Gabarito:	Retas e Planos no Espaço

Gabarito Completo

Questão 1

A reta r passa pelo ponto $A(4, -3, -2)$ e é paralela à reta

$$s : \begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 2 - 4t \\ z = 3 - t \end{cases}$$

Se $P(m, n, -5) \in r$, determinar m e n .

Solução

O vetor diretor da reta s é:

$$\vec{v} = (3, -4, -1)$$

Como as retas são paralelas, a reta r possui o mesmo vetor diretor.

Logo:

$$r : \begin{cases} x = 4 + 3t \\ y = -3 - 4t \\ z = -2 - t \end{cases}$$

Sabendo que $P(m, n, -5) \in r$:

$$-2 - t = -5$$

$$t = 3$$

Substituindo:

$$x = 4 + 3(3) = 13$$

$$y = -3 - 4(3) = -15$$

$$\boxed{m = 13 \quad \text{e} \quad n = -15}$$

Questão 2

Determinar as equações paramétricas e representar geometricamente a reta que passa por

$$A(3, -2, 4)$$

e é paralela ao eixo x .

Solução

Uma reta paralela ao eixo x possui vetor diretor:

$$\vec{v} = (1, 0, 0)$$

A equação vetorial da reta é:

$$(x, y, z) = (3, -2, 4) + t(1, 0, 0)$$

Portanto:

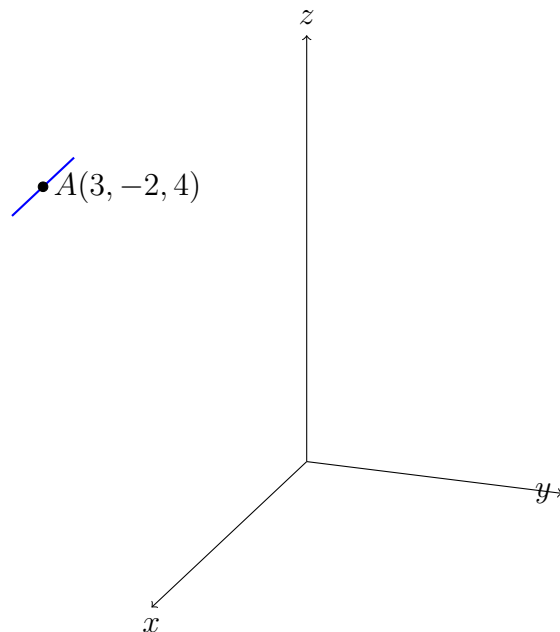
$$\begin{cases} x = 3 + t \\ y = -2 \\ z = 4 \end{cases}$$

Representação geométrica

A reta desloca-se apenas na direção do eixo x .

Pontos auxiliares:

$$(2, -2, 4), \quad (3, -2, 4), \quad (4, -2, 4)$$



Questão 3

Determinar o ponto de interseção da reta r com o plano π :

$$r : \begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 5 + 3t \\ z = 3 - t \end{cases}$$

$$\pi : 2x - y + 3z - 4 = 0$$

Solução

Substituindo as equações da reta no plano:

$$2(-1 + 2t) - (5 + 3t) + 3(3 - t) - 4 = 0$$

$$-2 + 4t - 5 - 3t + 9 - 3t - 4 = 0$$

$$-2t - 2 = 0$$

$$t = -1$$

Substituindo na reta:

$$x = -1 + 2(-1) = -3$$

$$y = 5 + 3(-1) = 2$$

$$z = 3 - (-1) = 4$$

Logo:

$$\boxed{(-3, 2, 4)}$$

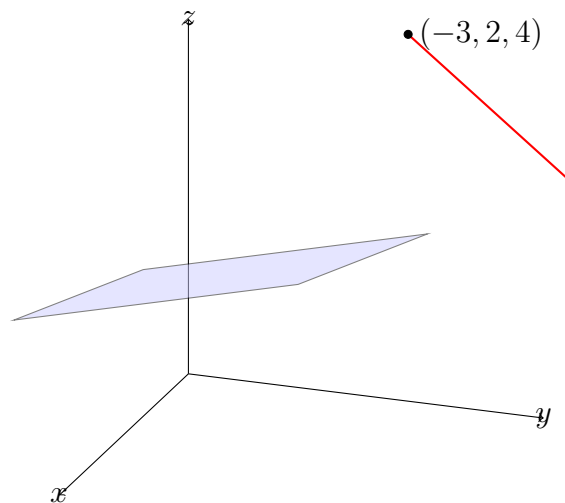
Representação geométrica

A reta possui vetor diretor:

$$\vec{v} = (2, 3, -1)$$

O plano possui vetor normal:

$$\vec{n} = (2, -1, 3)$$



Questão 4

A reta

$$r : \begin{cases} x = 5 + 3t \\ y = -4 + 2t \\ z = 1 + t \end{cases}$$

é ortogonal ao plano π , que passa pelo ponto $A(2, 1, -2)$.
Determinar uma equação geral do plano π .

Solução

O vetor diretor da reta é:

$$\vec{v} = (3, 2, 1)$$

Como a reta é ortogonal ao plano:

$$\vec{n} = (3, 2, 1)$$

Usando:

$$a(x - x_0) + b(y - y_0) + c(z - z_0) = 0$$

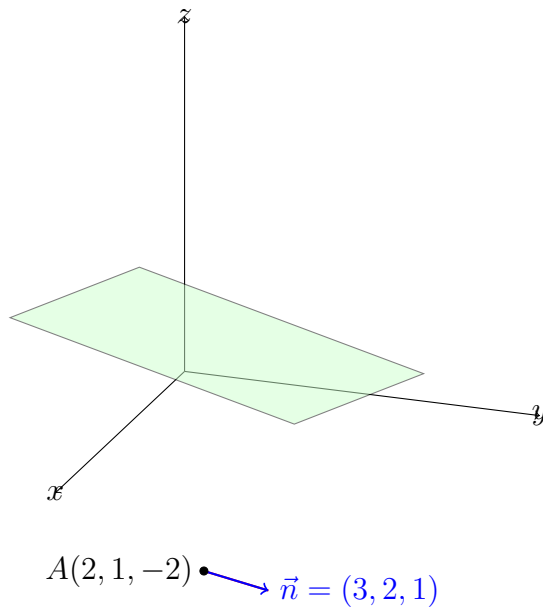
$$3(x - 2) + 2(y - 1) + (z + 2) = 0$$

$$3x + 2y + z - 6 = 0$$

Logo:

$$\boxed{3x + 2y + z - 6 = 0}$$

Representação geométrica



Questão 5

Dado o plano π determinado pelos pontos

$$A(1, -1, 2), \quad B(2, 1, -3), \quad C(-1, -2, 6),$$

obter:

- um sistema de equações paramétricas de π ;
- uma equação geral de π .

Solução

$$\vec{AB} = (1, 2, -5)$$

$$\vec{AC} = (-2, -1, 4)$$

Equação vetorial:

$$(x, y, z) = (1, -1, 2) + s(1, 2, -5) + t(-2, -1, 4)$$

Equações paramétricas:

$$\begin{cases} x = 1 + s - 2t \\ y = -1 + 2s - t \\ z = 2 - 5s + 4t \end{cases}$$

O vetor normal é:

$$\vec{n} = \vec{AB} \times \vec{AC}$$

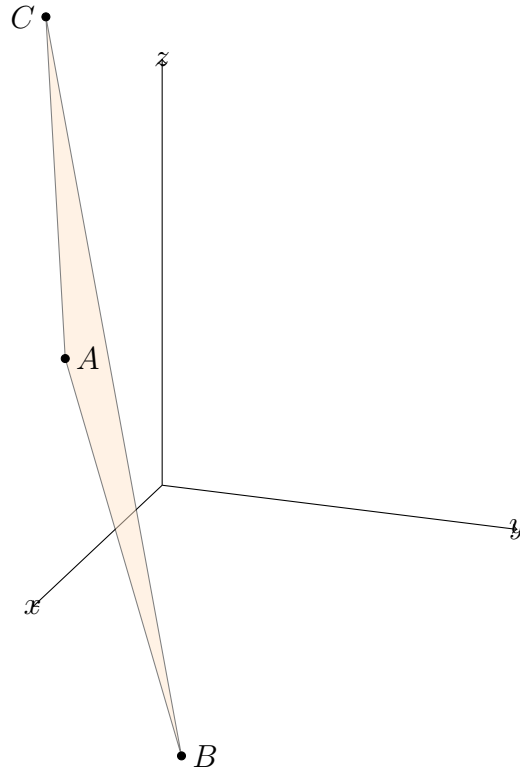
$$\vec{n} = (1, 2, 1)$$

Usando o ponto A :

$$1(x - 1) + 2(y + 1) + (z - 2) = 0$$

$$\boxed{x + 2y + z - 1 = 0}$$

Representação geométrica



Questão 6

Determinar, caso exista, o ponto de interseção das retas r_1 e r_2 :

$$r_1 : \frac{x - 3}{2} = \frac{y + 1}{-3} = \frac{z - 2}{4}$$

$$r_2 : \begin{cases} x = -1 + t \\ y = 4 - t \\ z = -8 + 3t \end{cases}$$

Solução

Escrevendo r_1 na forma paramétrica:

$$r_1 : \begin{cases} x = 3 + 2s \\ y = -1 - 3s \\ z = 2 + 4s \end{cases}$$

Igualando as coordenadas:

$$3 + 2s = -1 + t$$

$$-1 - 3s = 4 - t$$

$$2 + 4s = -8 + 3t$$

Da primeira equação:

$$t = 4 + 2s$$

Substituindo na segunda:

$$-1 - 3s = 4 - (4 + 2s)$$

$$s = -1$$

Logo:

$$t = 2$$

Substituindo:

$$x = 1, \quad y = 2, \quad z = -2$$

Portanto:

$$\boxed{(1, 2, -2)}$$

Representação geométrica

