

P1 de Cálculo 3 - Engenharia Ambiental
 Sequências, Séries e Representações em Séries de Potência
 Jorge Formiga-08/04/2025-Peso 0,8

Instruções: Justifique todas as respostas com os cálculos e argumentos necessários. Utilize notação matemática clara e organizada.

1. (1 pts) Considere a sequência definida por seus primeiros termos:

$$a_1 = \frac{1}{2}, \quad a_2 = \frac{2}{6}, \quad a_3 = \frac{3}{12}, \quad a_4 = \frac{4}{20}, \quad a_5 = \frac{5}{30}$$

- (a) Determine uma expressão geral para o n -ésimo termo a_n .
 (b) Verifique se a sequência a_n converge, caso venha convergir, determine o limite.

2. (1,5 pts) Considere a série:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n + 5^n}{10^n}$$

- (a) Verifique se a série converge.
 (b) Caso seja convergente, calcule a soma.

3. (1,5 pts) Considere a série:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2 + 2n}$$

- (a) Calcule a soma dos cinco primeiros termos.
 (b) Utilize frações parciais para reescrever o termo geral.
 (c) Determine a soma da série infinita se for convergente.

4. (1,5 pts) Analise a série:

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n(\ln n)^3}$$

- (a) Aplique o teste da integral para verificar a convergência.
 (b) A série é convergente ou divergente?

5. (1,5 pts) Considere a série:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2 + 3}{n^5 + 4n}$$

- (a) Use o teste da comparação para determinar a convergência;
 (b) Aplique o teste da razão e comente sua eficácia.

6. (1,5 pts) A função $f(x) = \ln(1+x)$ pode ser expressa como série de Maclaurin.

- (a) Escreva os termos até x^4 .
 (b) Apresente o valor aproximado para $\ln(1,8)$.

7. (1,5 pts) Considere a função:

$$f(x) = \int_0^x \frac{1}{1+t^3} dt$$

- (a) Obtenha uma série de potência para $\frac{1}{1+t^3}$ até o termo de ordem t^6 .
 (b) Encontre a série de potência para $f(x)$ até o termo de ordem x^7 , por integração termo a termo.