

UNESP – Engenharia Ambiental

Geometria Analítica

Lista 03 – Produto Vetorial

Resolução Completa com Interpretação Geométrica

Exercício 1

$$\vec{u} = (2, 1, -1), \quad \vec{v} = (1, 3, 2)$$

Passo 1: Produto vetorial

$$\vec{u} \times \vec{v} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 2 & 1 & -1 \\ 1 & 3 & 2 \end{vmatrix}$$

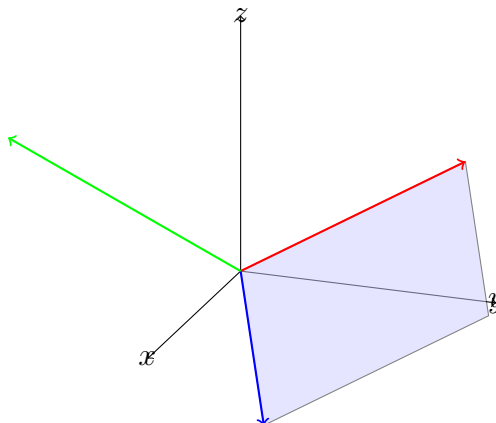
$$= i(2 + 3) - j(4 + 1) + k(6 - 1)$$

$$= (5, -5, 5)$$

Passo 2: Verificação de ortogonalidade

$$\vec{u} \cdot (\vec{u} \times \vec{v}) = 0$$

Interpretação: vetor normal ao plano.

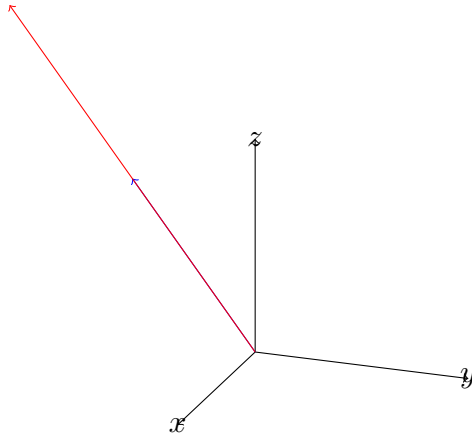


Exercício 2

$$\vec{u} = (2, -1, 3), \quad \vec{v} = (4, -2, 6)$$

$$\vec{u} \times \vec{v} = \vec{0}$$

Conclusão: vetores paralelos.



Exercício 3

$$\vec{u} = (3, 1, 2), \quad \vec{v} = (1, -2, 1)$$

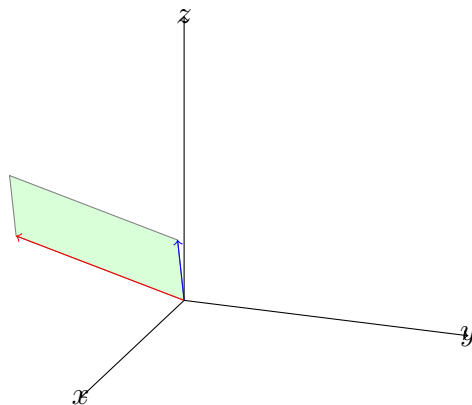
Passo 1:

$$\vec{u} \times \vec{v} = (5, -1, -7)$$

Passo 2: módulo

$$|\vec{u} \times \vec{v}| = \sqrt{25 + 1 + 49} = 5\sqrt{3}$$

Interpretação: área do paralelogramo.



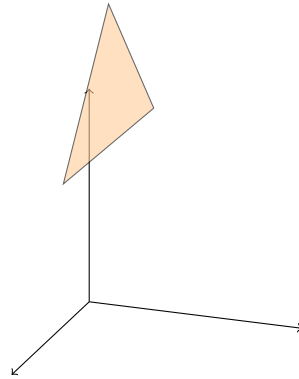
Exercício 4

$$\vec{AB} = (2, 2, 2), \quad \vec{AC} = (1, 1, 3)$$

$$\vec{AB} \times \vec{AC} = (4, -4, 0)$$

$$A = \frac{1}{2} \sqrt{32} = 2\sqrt{2}$$

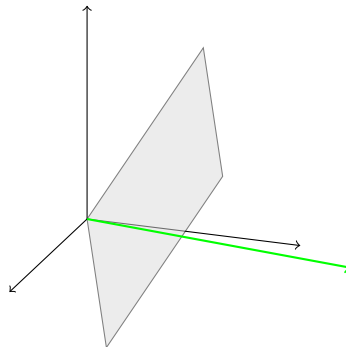
Interpretação: área do triângulo.



Exercício 5

$$\vec{u} \times \vec{v} = (-5, 7, -3)$$

Interpretação: vetor normal ao plano.



Exercício 6

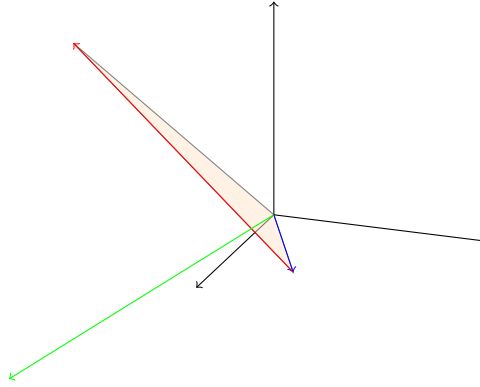
Sistema incompatível \Rightarrow não paralelos.

Exercício 7

$$\vec{\tau} = (4, -8, -7)$$

$$|\vec{\tau}| = \sqrt{129}$$

Interpretação: torque perpendicular ao plano.

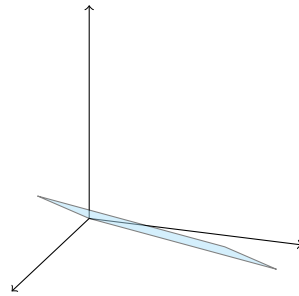


Exercício 8

$$\vec{u} \times \vec{v} = (-3, 1, 6)$$

$$A = \sqrt{46}$$

Interpretação: área de fluxo.



Exercício 9

$$|\vec{v}| = 3$$

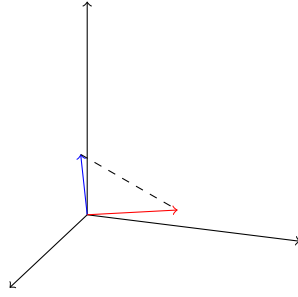
$$\cos \alpha = \frac{2}{3}, \quad \cos \beta = -\frac{1}{3}, \quad \cos \gamma = \frac{2}{3}$$

Exercício 10

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = 10, \quad |\vec{v}|^2 = 9$$

$$\text{proj}_{\vec{v}} \vec{u} = \frac{10}{9}(2, 2, 1)$$

Interpretação: componente na direção de \vec{v} .



Exercício 11

$$\vec{u} \times \vec{v} = -(\vec{v} \times \vec{u})$$

Interpretação: mudança de orientação.

Exercício 12

$$\vec{u} \times \vec{v} = (6, -3, 1)$$

Interpretação: vetor normal.

Exercício 13

$$|\vec{u} \times \vec{v}|^2 = |\vec{u}|^2 |\vec{v}|^2 - (\vec{u} \cdot \vec{v})^2$$

Conclusão: identidade válida.

Exercício 14

$$|\vec{u} \times \vec{v}| = \sqrt{17}$$

$$\sin \theta = \frac{\sqrt{17}}{9}$$

Interpretação: ângulo via seno.