Temas de Projetos de Cálculo III Aplicados à Engenharia Ambiental

1. Modelagem da Temperatura Atmosférica em Regiões Urbanas Poluídas

Objetivo

Analisar como a temperatura atmosférica varia em função da altitude e da concentração de poluentes, utilizando funções de várias variáveis, derivadas parciais, vetor gradiente e diferenciais para identificar regiões críticas de aquecimento urbano e ilhas de calor.

Modelo Matemático

$$T(x,y,z) = T_0 - \alpha z + \beta P(x,y,z)$$

com

$$P(x,y,z) = P_0 e^{-k(x^2+y^2)} e^{-mz}$$

Variáveis

- $T(x,y,z)$: temperatura do ar ($°C$);
- T_0: temperatura ao nível do solo;
- α: taxa de decaimento térmico com altitude;
- $P(x,y,z)$: concentração de poluentes;
- P_0: concentração inicial de poluentes;
- k, m: parâmetros de dispersão espacial;
- x, y, z: coordenadas espaciais.

Aplicações Matemáticas

O projeto deverá incluir:

- derivadas parciais da temperatura;
- vetor gradiente térmico;

- diferencial total;
- aproximação linear;
- superfícies de nível;
- análise da direção de maior crescimento térmico.

Aplicações de Engenharia

- identificação de ilhas de calor;
- análise da influência da poluição no clima urbano;
- previsão térmica em regiões sem sensores;
- monitoramento ambiental urbano.

2. Dispersão de Contaminantes em Aquíferos

Objetivo

Modelar a dispersão espacial e temporal de contaminantes no subsolo, utilizando derivadas parciais, gradiente de concentração e diferenciais para avaliar regiões de risco ambiental e prever o avanço da contaminação.

Modelo Matemático

$$C(x, y, z, t) = C_0 e^{-\lambda t} e^{-\gamma r}$$

onde

$$r = \sqrt{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + (z - z_0)^2}$$

Variáveis

- $C(x, y, z, t)$: concentração do contaminante;
- C_0: concentração inicial;
- λ: taxa de decaimento temporal;
- γ: coeficiente de dispersão;
- (x_0, y_0, z_0): origem da contaminação;
- t: tempo.

Aplicações Matemáticas

O projeto deverá incluir:

- derivadas parciais espaciais e temporais;
- vetor gradiente de concentração;
- derivada direcional;
- diferencial total;
- curvas de nível;
- análise de sensibilidade.

Aplicações de Engenharia

- monitoramento de aquíferos;
- previsão da propagação de contaminantes;
- análise de risco ambiental;
- definição de áreas prioritárias de contenção.

3. Curvas de Nível e Erosão do Solo

Objetivo

Utilizar superfícies topográficas, curvas de nível e vetor gradiente para identificar regiões de maior declividade e risco de erosão, aplicando diferenciais para análise do relevo e escoamento superficial.

Modelo Matemático

$$h(x, y) = A \sin(Bx) \cos(Cy)$$

Variáveis

- $h(x, y)$: altitude do terreno;
- x, y: coordenadas horizontais;
- A, B, C: parâmetros topográficos.

Aplicações Matemáticas

O projeto deverá incluir:

- derivadas parciais;
- vetor gradiente topográfico;
- módulo do gradiente;
- curvas de nível;
- diferencial total;
- direção de maior declividade.

Aplicações de Engenharia

- identificação de áreas de erosão;
- análise de drenagem superficial;
- planejamento ambiental;
- análise de estabilidade do terreno.

4. Modelagem da Qualidade do Ar em Áreas Urbanas

Objetivo

Estudar a distribuição espacial da concentração de poluentes atmosféricos em regiões urbanas, utilizando gradiente e diferenciais para prever níveis de poluição e identificar regiões críticas.

Modelo Matemático

$$Q(x, y, z) = Q_0 e^{-\delta(x^2+y^2)} e^{-\mu z}$$

Variáveis

- $Q(x, y, z)$: concentração de poluentes;
- Q_0: concentração de referência;
- δ, μ: coeficientes de dispersão;
- x, y, z: coordenadas espaciais.

Aplicações Matemáticas

O projeto deverá incluir:

- derivadas parciais;
- vetor gradiente;
- diferencial total;
- aproximação linear;
- superfícies de nível;
- análise de máximos e mínimos.

Aplicações de Engenharia

- monitoramento da qualidade do ar;
- análise de regiões críticas urbanas;
- planejamento ambiental urbano;
- avaliação da dispersão atmosférica.

5. Modelagem da Fertilidade do Solo e Otimização Agrícola

Objetivo

Analisar a distribuição espacial da fertilidade do solo utilizando derivadas parciais, gradiente e otimização multivariável para auxiliar no planejamento agrícola e uso racional de fertilizantes.

Modelo Matemático

$$N(x, y) = N_0 + \alpha x^2 + \beta y^2 - \gamma xy$$

Variáveis

- $N(x, y)$: concentração de nutrientes;
- N_0: valor médio de referência;
- α, β, γ: coeficientes espaciais;
- x, y: coordenadas horizontais.

Aplicações Matemáticas

O projeto deverá incluir:

- derivadas parciais;
- vetor gradiente;
- pontos críticos;
- matriz Hessiana;
- diferencial total;
- análise de máximos e mínimos.

Aplicações de Engenharia

- otimização do uso de fertilizantes;
- análise de produtividade agrícola;
- monitoramento da fertilidade;
- planejamento sustentável do solo.

6. Modelagem de Risco de Alagamento Urbano

Objetivo

Simular regiões de risco de alagamento em função da topografia e precipitação acumulada, utilizando funções de várias variáveis, gradiente e diferenciais para prever áreas críticas de acúmulo de água.

Modelo Matemático

$$A(x,y) = R(x,y) - h(x,y)$$

com

$$R(x,y) = R_0 e^{-(x^2+y^2)/\sigma^2}$$

Variáveis

- $A(x,y)$: acúmulo de água;
- $R(x,y)$: precipitação acumulada;
- $h(x,y)$: altitude do terreno;
- R_0: intensidade máxima de chuva;
- σ: parâmetro de dispersão da chuva.

Aplicações Matemáticas

O projeto deverá incluir:

- derivadas parciais;
- vetor gradiente;
- curvas de nível;
- diferencial total;
- superfícies tridimensionais;
- análise de regiões críticas.

Aplicações de Engenharia

- previsão de enchentes;
- planejamento urbano;
- drenagem urbana;
- identificação de áreas vulneráveis.

7. Dispersão de Gases Tóxicos na Atmosfera

Objetivo

Modelar a dispersão de gases tóxicos liberados por fontes industriais, utilizando derivadas parciais, gradiente e diferenciais para prever regiões de risco e avaliar impactos ambientais e à saúde pública.

Modelo Matemático

$$G(x,y,t) = \frac{M}{4\pi Dt} \exp\left(-\frac{(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2}{4Dt}\right)$$

Variáveis

- $G(x,y,t)$: concentração do gás;
- M: massa liberada;
- D: coeficiente de difusão;
- t: tempo;
- (x_0, y_0): ponto de emissão.

Aplicações Matemáticas

O projeto deverá incluir:

- derivadas parciais espaciais e temporais;
- vetor gradiente;
- diferencial total;
- curvas de nível;
- derivada direcional;
- análise temporal da dispersão.

Aplicações de Engenharia

- análise de risco ambiental;
- evacuação emergencial;
- monitoramento industrial;
- modelagem da dispersão atmosférica.