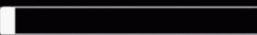
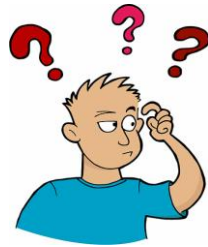


Teorema e Teste da Divergência- Séries numéricas

Loading...



Por que entender sobre a divergência das séries?



$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{5n^2 + 4}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{3}{n(n+1)} + \frac{1}{2^n} \right)$$

Os testes de convergência que estudamos até aqui se aplicam apenas a séries com termos positivos

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{1}{n}$$

Exemplo

$$s_n = a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_n = \sum_{i=1}^n a_i$$

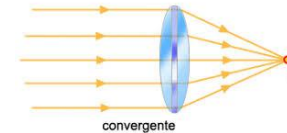


Exemplo 1:

Se a série $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ for convergente, ?

Seja $s_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n$  $s_n - a_1 - a_2 - a_3 - \cdots = a_n$

Então, $a_n = s_n - s_{n-1}$. Como $\sum a_n$ é convergente!!!



 a sequência $\{s_n\}$ é convergente.



$$\left\{ \begin{array}{l} \lim_{n \rightarrow \infty} s_n = s \\ \lim_{n \rightarrow \infty} s_{n-1} = s \end{array} \right.$$

$$n \rightarrow \infty \quad \text{img alt="red arrow" data-bbox="815 705 855 745} \quad n-1 \rightarrow \infty$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \lim_{n \rightarrow \infty} (s_n - s_{n-1}) = \lim_{n \rightarrow \infty} s_n - \lim_{n \rightarrow \infty} s_{n-1} = s - s = 0$$

$$\begin{aligned} s_1 &= a_1 \\ s_2 &= a_1 + a_2 \\ s_3 &= a_1 + a_2 + a_3 \\ s_4 &= a_1 + a_2 + a_3 + a_4 \end{aligned}$$

$$s_n = a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_n = \sum_{i=1}^n a_i$$

TENTANDO LEMBRAR





Se a série $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ for convergente,

Teorema

Se a série $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ for convergente, então $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0$.



Observação

A recíproca do teorema não é verdadeira!!!!!!

Se $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0$, não podemos concluir que $\sum a_n$ é convergente.

Observe que, para a série harmônica $\sum 1/n$, temos

$$a_n = 1/n \rightarrow 0 \text{ quando } n \rightarrow \infty$$

$$s_n = a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_n = \sum_{i=1}^n a_i$$

Teorema

Se a série $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ for convergente, então $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0$.



Teste da Divergência
divergente.

Se $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ não existir ou se $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n \neq 0$, então a série $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ é



Exemplo

$$s_n = a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_n = \sum_{i=1}^n a_i$$

Mostre que a série $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{5n^2 + 4}$ diverge.



$$\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2}{5n^2 + 4} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{5 + 4/n^2} = \frac{1}{5} \neq 0$$

Desse modo, a série diverge pelo Teste para Divergência.

Observação

Se descobrirmos que $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n \neq 0$, saberemos que $\sum a_n$ é divergente. Se acharmos que $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0$, não saberemos sobre a convergência ou divergência de $\sum a_n$. Lembre-se o aviso na Observação : se $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0$, a série $\sum a_n$ pode convergir ou divergir.

$$s_1 = a_1$$

$$s_2 = a_1 + a_2$$

$$s_3 = a_1 + a_2 + a_3$$

$$s_4 = a_1 + a_2 + a_3 + a_4$$

$$s_n = a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_n = \sum_{i=1}^n a_i$$

$$s_n = a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_n = \sum_{i=1}^n a_i$$

TEOREMA

Se $\sum a_n$ e $\sum b_n$ forem séries convergentes, então também o serão as séries $\sum ca_n$ (onde c é uma constante), $\sum (a_n + b_n)$ e $\sum (a_n - b_n)$ e

$$(i) \sum_{n=1}^{\infty} ca_n = c \sum_{n=1}^{\infty} a_n$$

$$(ii) \sum_{n=1}^{\infty} (a_n + b_n) = \sum_{n=1}^{\infty} a_n + \sum_{n=1}^{\infty} b_n$$

$$(iii) \sum_{n=1}^{\infty} (a_n - b_n) = \sum_{n=1}^{\infty} a_n - \sum_{n=1}^{\infty} b_n$$

SUBSCRIBE

Exemplo 2:

Calcule a soma da série $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{3}{n(n+1)} + \frac{1}{2^n} \right)$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)} = 1$$

A série $\sum 1/2^n$ é uma série geométrica com $a = \frac{1}{2}$ e $r = \frac{1}{2}$, assim $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2^n} = \frac{\frac{1}{2}}{1 - \frac{1}{2}} = 1$



**AVISO
IMPORTANTE**

observação

Um número finito de termos não afeta a convergência ou divergência de uma série. Por exemplo: suponha que possamos mostrar que a série

$$\sum_{n=4}^{\infty} \frac{n}{n^3 + 1}$$

é convergente. Uma vez que

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{n^3 + 1} = \frac{1}{2} + \frac{2}{9} + \frac{3}{28} + \sum_{n=4}^{\infty} \frac{n}{n^3 + 1}$$

segue que a série inteira $\sum_{n=1}^{\infty} n/(n^3 + 1)$ é convergente.

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^N a_n + \sum_{n=N+1}^{\infty} a_n$$