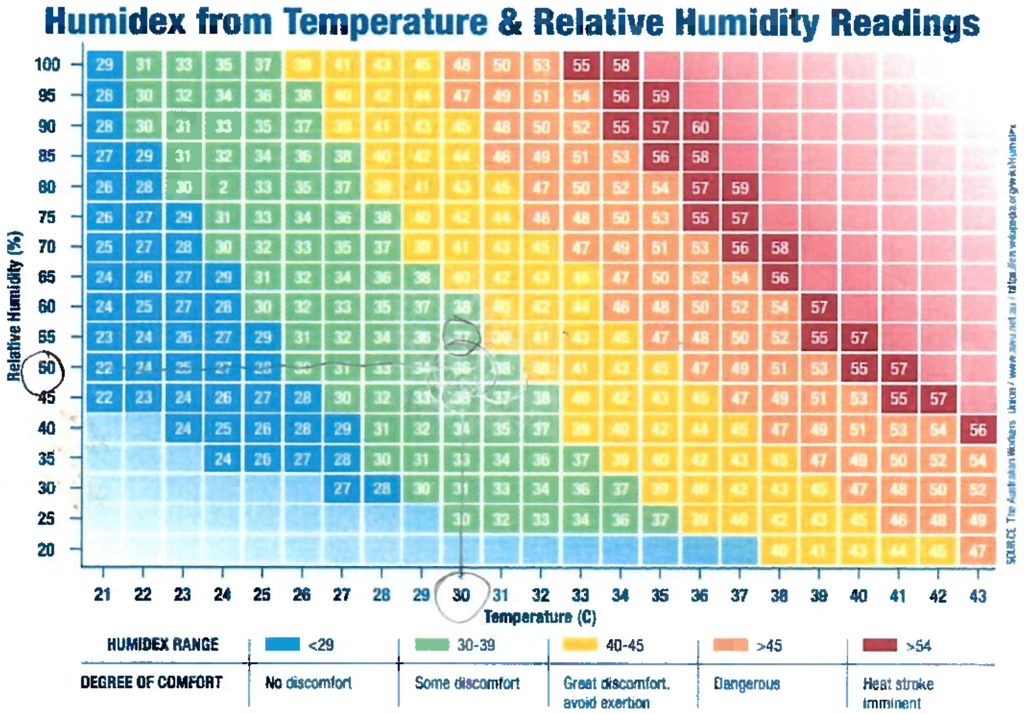
UNESP- UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA JULIO MESQUITA FILHO
ICT-INSTITUTO DE CIÊNCIA E TECNOLOGIA
PROFESSOR: JORGE FORMIGA
CURSO:ENGENHARIA AMBIENTAL
NOME:______________________________________________
DATA:____/______/2024. NOTA:__________

GABARITO

**2ª PROVA (P2) CÁLCULO DIFERENCIAL E EINTEGRAL III (CDIII)**

1- (2,0 pontos) De acordo com um relatório do Sindicato dos Trabalhadores da Austrália, podemos medir a temperatura usando o Humidex (índice de umidade). Humidex é um termo usado para descrever o efeito combinado do calor e da umidade no corpo humano. É uma medida de quão quente o ar parece para uma pessoa quando tanto a temperatura quanto a umidade são levadas em consideração. Considerando a tabela abaixo, com base no estudo de linearização em torno de um ponto: (a) construa a equação h(t, r) em torno da temperatura t=30° e umidade relativa r=50%; (b) Estime o Humidex para t=30,5° e r=53%.




**Fonte:** https://www.pryme.com.au/wp-content/uploads/2023/03/Humidex-Table-PRYME-AUSTRALIA-Heat-Stress-Management.pdf

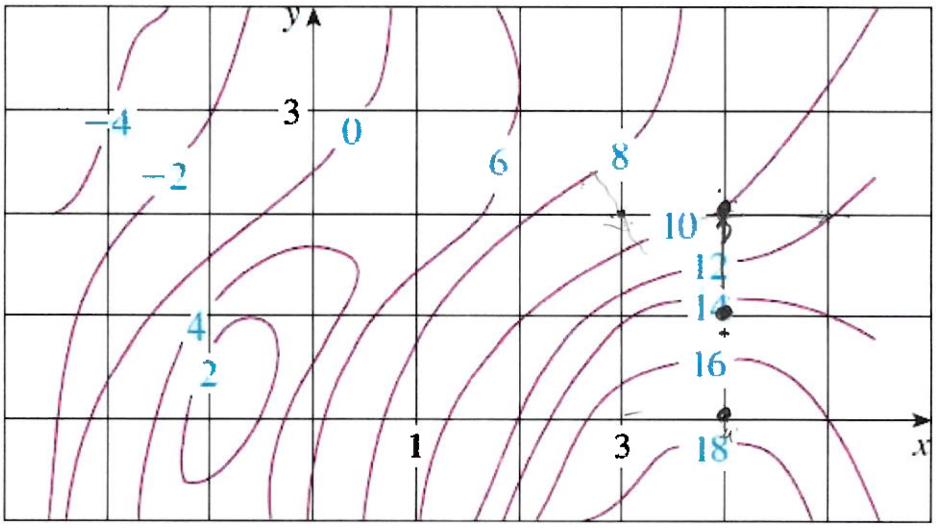
2 (2 pontos) - Sabendo que $w=r^3+s.v+t^2$ com $r=x^2+y^2-z$, $s=x.y.z$, $v=x.e^y$ e $t=y.z^2$ determine $\partial w/\partial z$, considerando o ponto x=1, y=2 e z=1.

3-(2 pontos) Sabendo que $yx^2+y^3-z=3x^3yz$ determine $\partial z/\partial x$.

4- (2 pontos)A pressão em P (em kilopascals), V volume (em litros) e temperatura T (em kelvins) de um mol de um gás ideal relacionam-se pela equação PV=8,31T. Utilizando o conceito de diferenciação, determine a taxa de variação da pressão quando a temperatura é 200K e está aumentando com a taxa de 0,2K/s e o volume é 110L e está aumentando com a taxa de 0,35L

5- (1 pontos) Considerando a função $f(x,y) = x^2 - y$, esboce as curvas de nível (pelo menos 3 curvas) e o gráfico do domínio.

6- (1 ponto) Um mapa de contorno de uma função *f* é apresentado. Utilizando uma aproximação de uma unidade de medida, estime $f_x(4, 2)$ e $f_y(4, 1)$ baseado nas médias das derivadas parciais.



(1) Temos $h(t,r)$.

Linearizando $h(t,r)$ no ponto $t=30$ e $r=50$:

* fixando $r=50$, temos $h(t,50)$ com $h=\pm 1$.

p/ $h=1$: $h_t(t,50) = \dfrac{h(31,50)-h(30,50)}{1} = \dfrac{38-36}{1}$

$\boxed{h_t(t,50) = 2}$

p/ $h=-1$: $h_t(t,50) = \dfrac{h(29,50)-h(30,50)}{-1} = \dfrac{34-36}{-1} = 2$

$h_{tM} = \dfrac{2+2}{2} = 2$

* fixando $t=30$ e variando $r$. $h(30,r)$ com $h=\pm 5$

$h=5$: $h_r(30,r) = \dfrac{h(30,55)-h(30,50)}{5} = \dfrac{37-36}{5} = \dfrac{1}{5} = 0{,}25$

$h=-5$: $h_r(30,r) = \dfrac{h(30,45)-h(30,50)}{-5} = \dfrac{35-36}{-5} = +\dfrac{1}{5} = 0{,}25$

Então

$h_{rM} = \dfrac{0{,}25+0{,}25}{2} = 0{,}25$

Portanto,

$h(t,r) = h(t_0,r_0) + h_{tM}(t-t_0) + h_{rM}(r-r_0)$

$h(t,r) = 36 + 2(t-30) + 0{,}25(r-50)$

b) $h(30{,}5;53) = 36 + 2(30{,}5-30) + 0{,}25(53-50)$

$h(30{,}5;53) = 37{,}75$

2

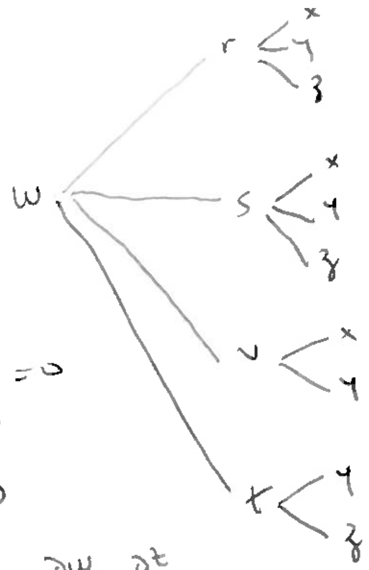
$$W = r^3 + s.v + t^2$$

com $r = x^2 + y^2 - z \Rightarrow \frac{\partial r}{\partial z} = -1$

$s = x.y.z \Rightarrow \frac{\partial s}{\partial z} = x.y$

$v = x.e^y$ ——— $\frac{\partial v}{\partial z} = 0$

$t = y.z^2 \Rightarrow \frac{\partial t}{\partial z} = 2tz$



$$\frac{\partial w}{\partial z} = \frac{\partial w}{\partial r} . \overbrace{\frac{\partial r}{\partial z}}^{(-1)} + \overbrace{\frac{\partial w}{\partial s}}^{v} \frac{\partial s}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial v} \overbrace{\cancel{\frac{\partial v}{\partial z}}}^{0} + \frac{\partial w}{\partial t} \frac{\partial t}{\partial z}$$

$$= 3.r^2.(-1) + v.x.y + 2t.2tz$$

$$= -3r^2 + v.x.y + 4t^2.z$$

$$= -3(x^2+y^2-z) + x.e^y.x.y + 4.(yz^2)^2.z$$

$$= 4 + 2e^2 = 18.78$$

3

$$y \cdot x^2 + y^3 - z = 3x^3 y \cdot z$$

$\dfrac{\partial z}{\partial x} = ?$ Derivando toda a equação acima em relação a $x$, obtemos

$$2xy + 0 - \frac{\partial z}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x}(3x^3 y \cdot z)$$ (Regra do produto)

$$2xy - \frac{\partial z}{\partial x} = 9x^2 y \cdot z + 3x^3 y \cdot \frac{\partial z}{\partial x}$$

$$-3x^3 y \frac{\partial z}{\partial x} - \frac{\partial z}{\partial x} = 9x^2 y \cdot z - 2xy$$

$$-\frac{\partial z}{\partial x}(3x^3 y + 1) = 9x^2 y z - 2xy \qquad (\times\ -1)$$

$$\frac{\partial z}{\partial x} = \frac{2xy - 9x^2 y z}{3x^3 y + 1}$$

4

$$PV = 8{,}31 \cdot T \Rightarrow P = \overbrace{8{,}31\,\frac{T}{V}}^{\text{ou} \rightarrow\ 8{,}31\, T \cdot V^{-1}} \Rightarrow$$

$$P(T,V) = 8{,}31\,\frac{T}{V} \quad ; \quad \frac{\partial P}{\partial t} = ? \qquad P \begin{cases} T - t \\ V - t \end{cases}$$

obs: T e V variam com o tempo.

$$\frac{\partial P}{\partial t} = \frac{\partial P}{\partial T}\cdot\frac{dT}{dt} + \frac{\partial P}{\partial V}\cdot\frac{dV}{dt}$$

$$= 8{,}31\,\frac{1}{V}\cdot\frac{dT}{dt} + (-8{,}31\,T)\,V^{-2}\cdot\frac{dV}{dt}$$

$$\frac{\partial P}{\partial t} = \frac{8{,}31}{V}\cdot\frac{dT}{dt} - 8{,}31\cdot\frac{T}{V^2}\cdot\frac{dV}{dt}$$

Considerando $T = 200\ K$, $V = 110\ L$ $\frac{dT}{dt} = 0{,}2\ K/s$ ; $\frac{dV}{dt} = 0{,}35L$

temos

$$\frac{\partial P}{\partial t} = \frac{8{,}31}{110}\cdot 0{,}2 - 8{,}31\cdot\frac{200}{(110)^2}\cdot 0{,}35$$

$$\frac{\partial P}{\partial t} = -0.033$$

6 $f_x(4,2)$ $f_y(4,1)$

$h=+1$: $f_x(4,2) = \dfrac{f(5,2) - f(4,2)}{1} = \dfrac{12 - 10}{} = 2$

Média $f_{xm} = \dfrac{2+1}{2} = 1,$

$h=-1$: $f_x(4,2) = \dfrac{f(3,2) - f(4,2)}{-1} = \dfrac{9 - 10}{-1} = \dfrac{-1}{-1} = 1$

$h=1$: $f_y(4,1) = \dfrac{f(4,2) - f(4,1)}{1} = \dfrac{10 - 14,5}{} = -4,5$

$f_{ym} = \dfrac{-4,5 - 3,0}{2} = 3,7$

$h=-1$: $f_y(4,1) = f(4,0) - f(4,1) = \dfrac{17,5 - 14,5}{} = -3,0$

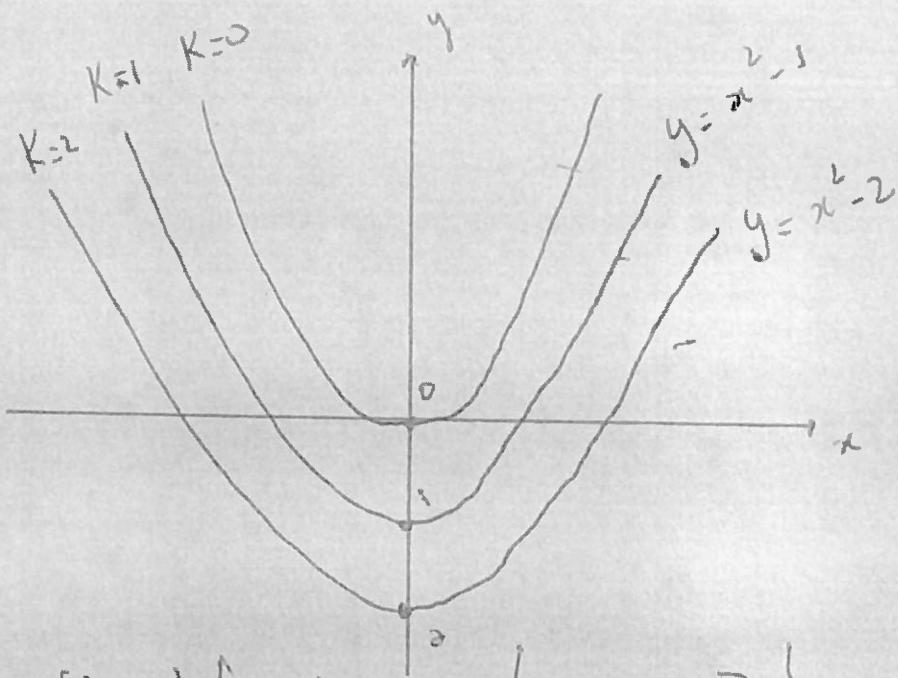
5 $f(x,y) = x^2 - y$

Temos $x^2 - y = K$, $K \in \mathbb{R}$.

p| $K=0 \Rightarrow x^2 - y = 0 \Rightarrow y = x^2$

p| $K=1 \Rightarrow x^2 - y = 1 \Rightarrow y = x^2 - 1$

p| $K=2 \Rightarrow x^2 - y = 2 \Rightarrow y = x^2 - 2$




Domínio: $D(f) = \{ f(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid x, y \in \mathbb{R} \}$

6 $f_x(4,2)$ $f_y(4,1)$

$h=+1$: $f_x(4,2) = \dfrac{f(5,2) - f(4,2)}{1} = \dfrac{12 - 10}{} = 2$ Média

$h=-1$: $f_x(4,2) = \dfrac{f(3,2) - f(4,2)}{} = \dfrac{9 - 10}{} = -\dfrac{1}{} = 1$